

۱. کمیته المپیاد ریاضی هفت عضو دارد. برای تصویب یک طرح بین اعضا رأی‌گیری صورت می‌گیرد. اگر هر کدام از اعضا به احتمال یکسان به یک طرح رأی مثبت و منفی بدهند و برای تصویب طرح نیاز به حداقل دوسوم رأی مثبت باشد، احتمال تصویب یک طرح چقدر است؟

$$\frac{5}{64} \text{ (۵)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۴)}$$

$$\frac{17}{128} \text{ (۳)}$$

$$\frac{2}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{29}{128} \text{ (۱)}$$

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۵. می‌خواهیم وجوه درونی و بیرونی یک هرم منتظم با قاعده مثلث را با هشت رنگ، رنگ کنیم طوری که هر رنگ دقیقاً یک بار استفاده شود. این کار به چند طریق ممکن است؟ (دو رنگ آمیزی که با یک دوران به هم تبدیل شوند را یکسان در نظر می‌گیریم). 📌 جمع ارقام جواب ۱۲ است.

پی مثبت
دانش‌سرای مجازی المپیاد
pimosbat.ir

۱۰. علی و رضا یک بازی انجام می‌دهند. علی یک عدد کم‌تر از ۱۰۰۰ را در ذهن خود در نظر می‌گیرد و رضا می‌خواهد این عدد را حدس بزند. به این منظور رضا می‌تواند تعدادی سوال بپرسد: در هر سوال، رضا یک عدد بین ۱۰ و ۲۰ را به علی می‌گوید و علی کوچکترین مضرب مشترک عدد در ذهن خود و این عدد را به رضا می‌گوید. فرض کنید رضا بی‌نهایت باهوش است، او به چند سوال نیاز دارد تا بتواند با اطمینان عدد علی را بفهمد؟

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۱۱. امیرحسین، بابک، داریوش و پارسا روی هم ۲۰ سکه یکسان دارند. آنها می‌خواهند این ۲۰ سکه را طوری بین خود تقسیم کنند که تعداد سکه‌های هیچ‌کس بیشتر از دو برابر سکه‌های دیگری نشود. به چند طریق می‌توانند این کار را انجام دهند؟
📌 جواب عددی اول است.

پی مثبت
دانش‌سرای مجازی المپیاد
pimosbat.ir

۱۲. سه کلاه با مدل‌های متفاوت و چهار جعبه با مدل‌های متفاوت در اختیار داریم. یک رنگ‌آمیزی از کلاه‌ها و جعبه‌ها با دو رنگ آبی و قرمز را «خوب» می‌نامیم، اگر هم در رنگ‌آمیزی کلاه‌ها و هم در رنگ‌آمیزی جعبه‌ها از هر دو رنگ استفاده شود. می‌خواهیم کلاه‌ها را درون جعبه‌ها بگذاریم. یک روش قراردعی کلاه‌ها در جعبه‌ها را نسبت به یک رنگ‌آمیزی «مجاز» می‌نامیم اگر هر کلاه قرمز درون یک جعبه قرمز و هر کلاه آبی درون یک جعبه آبی قرار گیرد. (ممکن است درون یک جعبه بیش از یک کلاه قرار گیرد یا خالی بماند).

همه رنگ‌آمیزی‌های خوب ممکن را در نظر می‌گیریم و تعداد راه‌های مجاز قراردعی کلاه‌ها را نسبت به هر کدام از این رنگ‌آمیزی‌ها روی یک تخته می‌نویسیم. بزرگ‌ترین عدد نوشته‌شده روی تخته چند است؟

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۱۵. فرض کنید n کارت داریم که روی آن‌ها اعداد یک تا n نوشته شده است. اطلاع دقیقی از تعداد کارت‌ها نداریم اما می‌دانیم به احتمال یک سوم، ۷ کارت، به احتمال یک سوم ۸ کارت و به احتمال یک سوم ۹ کارت داریم. دو کارت به تصادف بیرون کشیده ایم و مشاهده کردیم مجموع این دو کارت برابر نه شده است، اکنون با چه احتمالی تعداد کارت‌ها هفت بوده است؟

$$\frac{5}{17} \quad (5)$$

$$\frac{7}{23} \quad (4)$$

$$\frac{9}{25} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

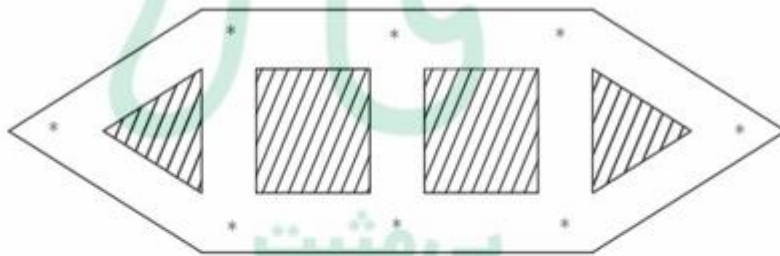
$$\frac{1}{5} \quad (1)$$

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۲۱. در موزه‌ای به شکل زیر، در نقاط علامت‌خورده آثار باستانی ارزشمندی به نمایش گذاشته شده است. می‌خواهیم در بالای نقاط علامت‌خورده تعدادی دزدگیر نصب کنیم که به محض دیدن این که دزدی مشغول سرقت یکی از آثار باستانی است به صدا در می‌آیند. حداقل به چند دزدگیر نیازمندیم تا با دانستن این که کدام دزدگیرها به صدا درآمده‌اند از هر سرقتی با خبر شویم و مکان دقیق سارق نیز مشخص شود (یک دزدگیر به صدا درمی‌آید اگر در مسیر مستقیمی که بین دزدگیر و دزد قرار دارد هیچ دیواری وجود نداشته باشد. در شکل نواحی هاشور خورده دیوار هستند).



پیموسبات
دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۲۲. چند زیرمجموعه سه‌عضوی $\{a, b, c\}$ از اعداد طبیعی چهاررقمی وجود دارد به گونه‌ای که هر سه عدد

$$a^3 + b^3 + c^3, a^2 + b^2 + c^2, a + b + c$$

بر ۱۴۰۲ بخش‌پذیر باشند؟
📌 مجموع ارقام جواب ۵ است.

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۲۴. یک ۱۴۰۲ ضلعی منتظم داریم، می‌خواهیم روی هر یک از رئوس آن یکی از ارقام ۰ یا ۱ را بنویسیم طوری که روی هیچ سه رأس متوالی، ۱۰, ۰۰۰, ۱۱۱ مشاهده نشود. تعداد رقم‌های ۱ استفاده شده چند حالت مختلف می‌تواند داشته باشد؟
📌 پاسخ ضرب ۹ است.

پی مثبت
دانش‌سرای مجازی المپیاد
pimosbat.ir