

۱. عدد ۱۲۶۰۰۰ دارای چند مقسوم علیه مربع کامل است؟

🔔 : جواب عددی زوج است.

پی مثبت

دانش سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۳. در یک جدول 5×5 مانند شکل زیر تعدادی عدد قرار دارد. می‌خواهیم این جدول را با تعدادی مستطیل بپوشانیم به طوری که اضلاع آن‌ها منطبق بر خطوط عمودی و افقی جدول باشد. همچنین هر عدد دقیقا در یک مستطیل قرار گیرد و عدد درون هر مستطیل برابر با مساحت آن باشد. مستطیل‌ها می‌توانند هم‌پوشانی داشته باشند. به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد؟

۵				۶
	۶			
		۳		۲
	۴			

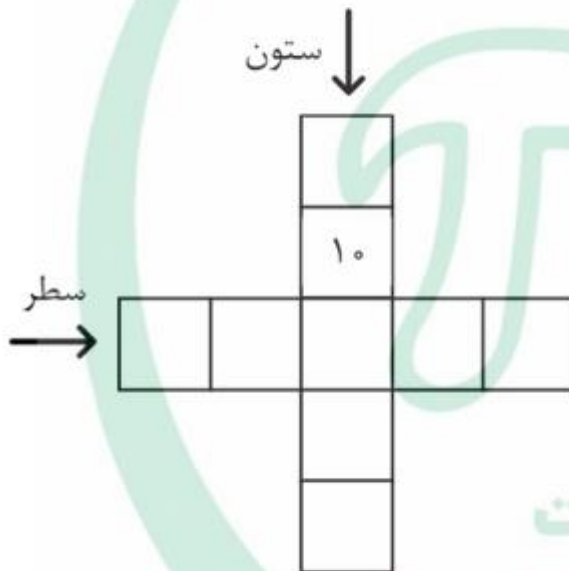
پیموسبات

: باقیمانده تقسیم جواب بر ۳ برابر ۱ است.

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۵. مانند شکل زیر عدد ۱۰ در یکی از خانه‌ها نوشته شده است. می‌خواهیم همه اعداد ۲، ۳، ... و ۹ را در سایر خانه‌های شکل طوری بنویسیم که حاصل ضرب اعداد سطر برابر با حاصل ضرب اعداد ستون مشخص شده باشند. حاصل جمع اعداد ستون مشخص شده، می‌تواند برابر کدامیک از گزینه‌های زیر باشد؟



- (۱) ۲۷
- (۲) ۲۸
- (۳) ۲۹
- (۴) ۳۰
- (۵) ۳۱

پی مثبت
دانش‌سرای مجازی المپیاد
pimosbat.ir

۷. به چند طریق می‌توان زیرمجموعه‌های A ، B و C را از مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ انتخاب کرد به طوری که داشته باشیم $A - (B \cup C) = (A - B) \cup (A - C)$

🔔: رقم دهگان جواب ۹ است.

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۹. چند زوج مرتب (x, y) از اعداد حقیقی داریم که $0 < x, y < 1$ و همچنین هر دو عدد $2x - y$ و $3x + 2y$ صحیح باشند؟

🔔 : جواب عددی یک رقمی است.

پی مثبت
دانش‌سرای مجازی المپیاد
pimosbat.ir

۱۱. فاطمه می‌خواهد به صورت زیر با رسم کردن ۵ مربع به ضلع واحد در کنار هم، شکلی در صفحه بدست آورد. او ابتدا یک مربع رسم می‌کند. سپس در هر مرحله مربع جدید را طوری رسم می‌کند که اولاً بر هیچ‌یک از مربع‌های رسم‌شده منطبق نبوده و ثانیاً حداقل با یکی از آنها، حداقل یک ضلع مشترک داشته باشد. دو شکل را مختلف گوییم اگر نتوان آنها را با دوران و انتقال به هم تبدیل کرد. فاطمه در نهایت می‌تواند به چند شکل مختلف برسد؟

🔔 : باقیمانده تقسیم جواب بر ۴ برابر ۲ است.

پی مثبت
دانش‌سرای مجازی المپیاد
pimosbat.ir

۱۵. می‌خواهیم دقیقاً ۷۵ درصد خانه‌های یک جدول ۸×۸ را سیاه کنیم طوری که اگر یک خانه به رنگ سیاه درآمده باشد، همه خانه‌های هم‌سطر یا همه خانه‌های هم‌ستون و یا هر دوی آن‌ها سیاه باشند. به چند روش می‌توانیم این کار را انجام دهیم.

۱۱۳۸۶ (۵)

۹۸۵۶ (۴)

۵۶۹۳ (۳)

۴۹۵۶ (۲)

۱۷۰۸ (۱)

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۱۷. به زیرمجموعه چهار عضوی مانند $\{a, b, c, d\}$ از مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ عجیب می‌گوییم اگر بتوان اعضا را طوری مرتب کرد که حاصل $a - b + c - d$ بر ۷ بخشپذیر باشد. چند زیرمجموعه عجیب داریم؟

پی مثبت
دانش‌سرای مجازی المپیاد
pimosbat.ir

۱۹. ۱۴۰۱ نفر در یک صف ایستاده‌اند. هر کسی یا دروغگو بوده و همیشه دروغ می‌گوید، یا راستگو بوده و همیشه راست می‌گوید. به ترتیب از همه افراد پرسیده‌ایم که چند نفر دروغگو در پشت سرش ایستاده است. مجموعه جواب‌های دریافتی $\{0, 1, 2, \dots, 1400\}$ شده است. تعداد افراد دروغگو در صف چند عدد مختلف می‌تواند باشد؟

پی مثبت
دانش‌سرای مجازی المپیاد
pimosbat.ir

۲۲. مجموعه $\{1, x, x^2, \dots, x^{10}\}$ چند زیرمجموعه ناتهی دارد به طوری که جمع اعضای آن چند جمله‌ای مانند $f(x)$ باشد که دقیقا برای دو عدد صحیح و متمایز a, b داشته باشیم:

$$f(a) = f(b) = 0.$$

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۲۳. در بازی رومیزی "کمکارتا" سه نوع کارت شاپرک، حلزون و قورباغه داریم. از هر کدام از این انواع، ۱۰ کارت با شماره‌های ۱ تا ۱۰ موجود است. آرشام و آرتین می‌خواهند این بازی را انجام دهند. به هر کدام از آن‌ها به صورت تصادفی یک کارت از هر نوع داده می‌شود به طوری که هرکس فقط کارت‌های خود را ببیند. بازیکنی برنده می‌شود که جمع اعداد کارت‌هایش کمتر باشد. اگر آرشام کارت‌های حلزون با شماره ۱، شاپرک با شماره ۶ و قورباغه با شماره ۴ را داشته باشد، چقدر احتمال دارد برنده بازی شود؟

$$\frac{611}{729} \quad (5)$$

$$\frac{188}{243} \quad (4)$$

$$\frac{70}{81} \quad (3)$$

$$\frac{118}{729} \quad (2)$$

$$\frac{11}{81} \quad (1)$$

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۲۵. در هر خانه از یک جدول 4×4 عددی طبیعی نوشته‌ایم. دو عدد را همسایه گوییم اگر خانه‌های آنها دقیقا در یک ضلع مشترک باشند. در این جدول هر عدد مقسوم علیه حاصل ضرب همسایه‌های خود است. حداکثر چند عدد اول متمایز در خانه‌ها وجود دارد؟

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir