

۳. حداکثر چند عدد طبیعی کم‌تر از ۱۰۰۰ می‌توان انتخاب کرد که حاصل جمع هر دوتای نه لزوماً متمایز آن‌ها بر ۳ بخشیدیر نباشد؟

🔊 : جواب ارقام تکراری دارد.

پی مثبت
دانش‌سرای مجازی المپیاد
pimosbat.ir

۴. در قرعه‌کشی وام یک صندوق قرض‌الحسنه خانگی بین علی، رضا و محمد به صورت زیر عمل می‌شود. ابتدا حروف اسم هر فرد روی کاغذهای مجزا نوشته می‌شود. مثلاً حرف ع یک بار و حرف م دوبار نوشته می‌شود. سپس این ۱۰ کاغذ داخل یک گلدان ریخته می‌شود. هر بار یک کاغذ از گلدان بیرون آورده می‌شود. اگر با بعضی از حروفی که تا بحال از گلدان بیرون آورده‌ایم بتوان اسم یک فرد را تشکیل داد، آن فرد برنده شده و در غیر این صورت یک حرف دیگر از گلدان بیرون می‌آوریم. مثلاً اگر تاکنون حروف ح، ل، ا، ع و ی بیرون آمده باشد، علی برنده است. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- ۱) قرعه‌کشی عادلانه است و همه شانس مساوی برای برنده شدن دارند.
- ۲) شانس برنده شدن علی بین ۵۰ تا ۶۰ درصد است.
- ۳) شانس برنده شدن رضا از یک سوم کمتر است.
- ۴) شانس برنده شدن رضا و علی مساوی است.
- ۵) گزینه‌های ۱ و ۴ درست اند.

pimosbat.ir

۷. به چند طریق می‌توان زیرمجموعه‌های A, B, C را از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ انتخاب کرد به طوری که داشته باشیم $A \subseteq (B \cap C)$

۳^{۱۰} (۵)

۱۰^۴ (۴)

۴^{۱۰} (۳)

۱۰^۵ (۲)

۵^{۱۰} (۱)

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۸. چند عدد طبیعی ۵ رقمی وجود دارد که باقیمانده تقسیم آن‌ها بر هر سه عدد ۴ و ۵ و ۱۸ برابر ۳ باشد؟

🔔 : باقیمانده جواب بر ۷ برابر ۳ است.

پی مثبت
دانش‌سرای مجازی المپیاد
pimosbat.ir

۱۲. به چند طریق می‌توان هر خانه از یک جدول 4×4 را سیاه یا سفید کرد به طوری که هر خانه دقیقاً با دو خانه غیر هم‌رنگ با خود، ضلع مشترک داشته باشد؟

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۱۵. تعداد سه‌تایی‌های مرتب (a, b, c) از اعداد طبیعی کمتر از ۱۰۰ را بیابید به طوری که رقم یکان حاصل $a \times b \times c$ برابر با ۳ باشد.

۱۶۰۰۰ (۵)

۱۵۰۰۰ (۴)

۸۰۰۰ (۳)

۵۰۰۰ (۲)

۱۰۰۰ (۱)

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۱۶. ۱۶ لامپ خاموش در خانه‌های یک جدول 4×4 قرار دارند. برای هر مربع 2×2 از این جدول کلیدی وجود دارد که فشردن آن باعث تغییر وضعیت ۴ لامپ داخل این مربع شده و لامپ دیگری را تغییر وضعیت نمی‌دهد. با فشردن هر تعداد دلخواه از این کلیدها چند الگوی مختلف از لامپ‌های این جدول می‌توانیم بدست آوریم؟

🔔 : در بین ارقام جواب، یک رقم ۲ وجود دارد.

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۱۷. سه بانک جدید در شکرستان باز شده‌اند. بانک اول، انتهای هر سال به اندازه ۲۰ درصد موجودی حساب، به آن سود واریز می‌کند. بانک دوم، انتهای هر ۵ سال موجودی حساب را دو برابر می‌کند. بانک سوم انتهای سال n ام به مقدار $\frac{5}{2} \times n$ درصد موجودی حساب، به آن اضافه می‌کند. امید می‌خواهد پول خود را برای ۲۰ سال در یکی از بانک‌ها پس‌انداز کرده و به سودهایش هم دست نزند. سرمایه‌گذاری در کدام بانک سود بیشتری خواهد داشت؟

- (۱) بانک اول (۲) بانک دوم (۳) بانک سوم (۴) فرقی ندارد. (۵) بستگی به پول اولیه امید دارد.

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۲۰. در یک ساختمان ۸ طبقه هیچ طبقه‌ای خالی از سکنه نیست. دو ساکن از این ساختمان را همسایه می‌نامیم اگر در یک طبقه یا دو طبقه مجاور سکونت داشته باشند. می‌دانیم هر ساکن از این ساختمان با ۶ یا ۱۰ نفر دیگر همسایه است. اگر تعداد ساکنان این ساختمان برابر n باشد، برای n چند مقدار قابل قبول وجود دارد؟

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد


pimosbat.ir

۲۳. ابتدا یک عدد طبیعی روی تخته نوشته شده است. در مرحله بعد ابتدا آن را در کوچکترین عدد طبیعی ممکن ضرب می‌کنیم تا مربع کامل شود و سپس جذر آن را بجای عدد اولیه روی تخته می‌نویسیم. به همین ترتیب روی عدد جدید همین عمل را تکرار می‌کنیم و اعداد جدیدی را جایگزین اعداد قبلی می‌کنیم. تعداد اعداد طبیعی سه رقمی که با حداکثر چهار بار انجام عمل بالا روی آن‌ها به عدد ۱۰ برسیم چند است؟ برای مثال اگر ابتدا عدد ۲۴ نوشته شده باشد، به جای آن عدد ۱۲ نوشته می‌شود زیرا کوچک‌ترین عدد مربع کامل مضرب ۲۴ برابر ۱۴۴ است و جذر آن برابر ۱۲ می‌شود.

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir



۲۴. تاسی را سه بار پرتاب می‌کنیم تا سه عدد a ، b و c حاصل شود. در چند حالت با سه پاره خط با طول این سه عدد، می‌توان یک مثلث ساخت؟

پی مثبت
دانش‌سرای مجازی المپیاد
pimosbat.ir