

۱. دو عدد طبیعی را زوج خوش بخت گوییم هرگاه تعداد ارقام آن‌ها برابر و ترتیب ارقام آن‌ها کاملاً عکس یکدیگر باشد (مثلاً ۲۳۱ و ۱۳۲ زوج خوش بخت است). چند زوج خوشبخت سه‌رقمی وجود دارد که اختلاف آن‌ها ۷ برابر عددی طبیعی است؟

📢 : باقیمانده تقسیم جواب بر ۸ برابر ۴ است.

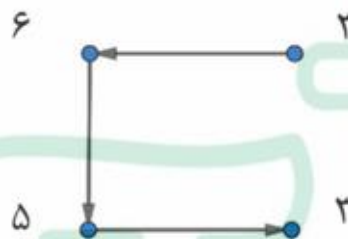
پی مثبت
دانش‌سرای مجازی المپیاد
pimosbat.ir

۴. خانه‌های یک جدول 6×6 همانند شکل زیر با ۴ رنگ رنگامیزی شده‌اند. به چند طریق می‌توان ۶ خانه از این جدول را انتخاب کرد بطوری که ۳ تا از آن‌ها از یک رنگ و ۳ تا از رنگ دیگری باشند و در ضمن هیچ دوتا در یک سطر یا ستون قرار نداشته باشند؟

۱	۲	۱	۲	۱	۲
۳	۴	۳	۴	۳	۴
۱	۲	۱	۲	۱	۲
۳	۴	۳	۴	۳	۴
۱	۲	۱	۲	۱	۲
۳	۴	۳	۴	۳	۴

pimosbat.ir

۵. می‌خواهیم برای اشکالی مانند شکل زیر، روی هر یک از رئوس شکل، اعدادی بین $۱, ۲, \dots, ۶$ را بنویسیم طوری که برای هر پیکان که از رأس با عدد x خارج و به رأس با عدد y وارد شده باشد، $۵x + y$ مضرب ۷ باشد. مانند اعدادی که روی رئوس شکل زیر است:



مثلا در بالاترین پیکان $۲۱ = ۵ \times ۳ + ۶$ مضرب ۷ است. در چند شکل از اشکال زیر می‌توان این کار را انجام داد؟





۸. در یک کیسه ۶ توپ قرمز و ۴ توپ آبی وجود دارد. مهدیار در ابتدا با یک چشم‌بند، چشم‌های خود را به‌طور کامل می‌بندد. سپس در گام اول یکی از توپ‌ها را از کیسه به بیرون می‌اندازد. در گام دوم ۵ توپ را از کیسه خارج کرده و به کیسه دوم منتقل می‌کند. در گام سوم یک توپ را از کیسه دوم به بیرون می‌اندازد. در گام چهارم از کیسه دوم ۲ توپ خارج کرده و به کیسه سوم منتقل می‌کند. سپس یک توپ را از کیسه سوم خارج می‌کند. احتمال اینکه توپ خارج شده قرمز باشد، کدام است؟

$$\frac{4}{5} \quad (۵)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{5} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{5} \quad (۱)$$

پیمثبت
دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۱۰. علی و رضا هر کدام یک دنباله حسابی ۳ جمله‌ای از اعداد حقیقی و مثبت انتخاب کرده و روی برگه خود، از چپ به راست می‌نویسند. سپس هر دو برگه‌ها را کنار هم قرار داده و جملات دنباله‌ها را نظیر به نظیر باهم مقایسه می‌کنند و نتیجه را به صورت دنباله‌ای از حروف "ب"، "ک" و "م" روی تخته، از چپ به راست می‌نویسند. اینگونه که اگر جمله i ام دنباله علی از جمله i ام دنباله رضا بزرگتر بود حرف "ب"، اگر کوچکتر بود حرف "ک" و اگر مساوی بود حرف "م" را به عنوان جمله i ام دنباله نتیجه، روی تخته می‌نویسند. به عنوان مثال اگر دنباله علی ۲۳۴ و دنباله رضا ۱۴۷ باشد، دنباله نتیجه ک ک ب خواهد بود. چه تعداد از دنباله‌های حروف زیر نمی‌تواند به عنوان نتیجه روی تخته نوشته شده باشد؟

ک م ب

م ب م

ک ک م

ب ک م

ب ب ک

ک ب ب

ک م ک

م ب ک

پی مثبت
دانش‌سرای مجازی المپیاد
pimosbat.ir

۱۲. به چند طریق می‌توان ۶ خانه از یک جدول 3×5 را حذف کرد بطوری که در خانه‌های باقیمانده

شکلی مانند  و دوران‌های آن، یافت نشود؟

۲۲ (۵)

۲۰ (۴)

۱۶ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۱۶. می‌خواهیم تعدادی زیرمجموعه ۱۰ عضوی از مجموعه $S = \{1, 2, \dots, 100\}$ انتخاب کنیم بگونه‌ای که بتوانیم با شروع از این مجموعه‌های انتخاب شده و اعمال اجتماع و اشتراک مجموعه‌ها به هر زیرمجموعه دلخواه از S برسیم. حداقل چند زیرمجموعه باید انتخاب کنیم؟

🔔 : جواب مضرب ۴ است.

پی مثبت
دانش‌سرای مجازی المپیاد
pimosbat.ir