

۱. چند عدد طبیعی حداکثر شش رقمی با ارقام ۰ و ۱ وجود دارد که مضرب ۱۱ باشد؟

۱۹ (۵)

۱۸ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

پی مثبت

دانش سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۴. مدرسه‌ای در شکرستان، ۱۲ دانش‌آموز دارد. برخی از این دانش‌آموزان با هم تعدادی انجمن تشکیل داده‌اند. می‌دانیم یک شخص می‌تواند در بیش از یک انجمن عضویت داشته باشد. برخی از انجمن‌ها ۳ عضوی، و بقیه انجمن‌ها ۴ عضوی هستند. می‌دانیم که هر دو دانش‌آموزی، دقیقا در یکی از این انجمن‌ها، با هم عضو هستند. اگر تعداد انجمن‌های این مدرسه، ۱۳ تا باشد، چند تا از این انجمن‌ها ۳ عضوی هستند؟

۵ (۵)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

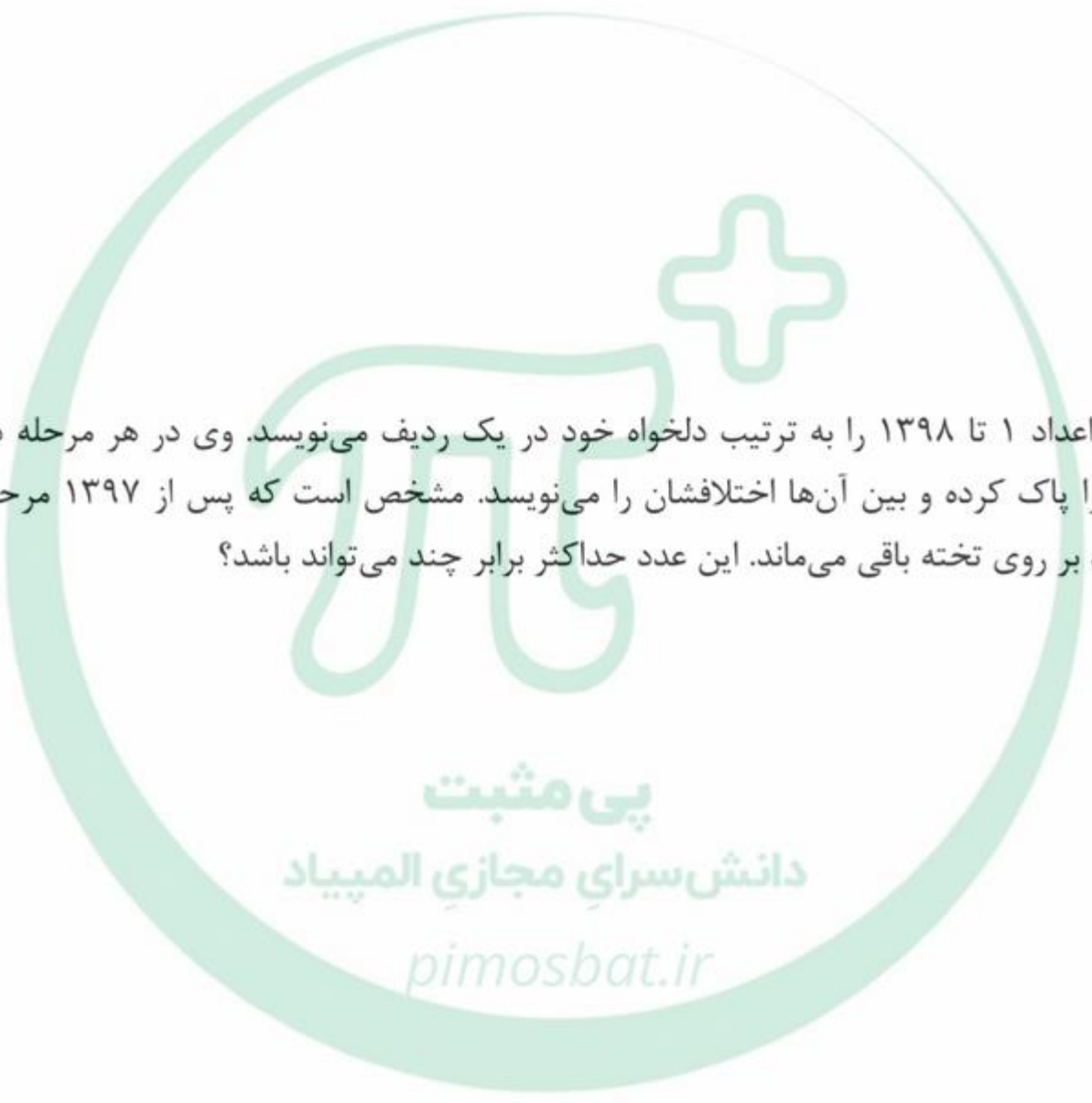
pimosbat.ir

۵. عدد طبیعی a را «جالب» می‌نامیم هرگاه اعداد طبیعی x, y (نه لزوماً متمایز) وجود داشته باشند که $a = x^2 y^3$ عدد $9!$ چند مقسوم علیه جالب دارد؟
: مجموع ارقام جواب بر 10 بخش پذیر است. 📢

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir



۸. علی اعداد ۱ تا ۱۳۹۸ را به ترتیب دلخواه خود در یک ردیف می‌نویسد. وی در هر مرحله دو عدد متوالی را پاک کرده و بین آنها اختلافشان را می‌نویسد. مشخص است که پس از ۱۳۹۷ مرحله تنها یک عدد بر روی تخته باقی می‌ماند. این عدد حداکثر برابر چند می‌تواند باشد؟

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۹. یک عدد طبیعی سه رقمی را «منظم» می‌نامیم هرگاه اولاً از سه رقم متمایز و ناصفر تشکیل شده باشد و ثانیاً با در نظر گرفتن هر دو رقم متوالی‌اش، رقم سمت راستی بر رقم سمت چپی بخش‌پذیر باشد. به عنوان مثال عدد ۱۲۶ یک عدد منظم است. چند عدد منظم سه‌رقمی وجود دارد؟ 🔔

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir



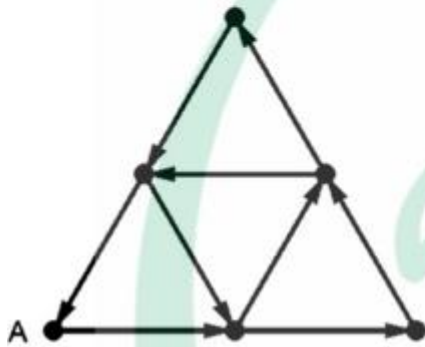
۱۰. پادشاه شهر فلک‌الافلاک می‌خواهد به مخترع بازی شطرنج به دلخواه او جایزه دهد. مخترع از پادشاه می‌خواهد در هر خانه سیاه که در سطر و ستون i ام و j ام واقع است، تعداد $j \times i$ سکه نقره قرار دهد، و در انتها جمع سکه‌ها جایزه او شود. با توجه به اینکه صفحه شطرنج 8×8 بوده و خانه واقع در سطر و ستون ۱ ام سیاه است، جایزه مخترع شطرنج چند سکه نقره می‌شود.

🔊 : جواب دو رقم یکسان دارد.

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir



۱۲. شهر مصلس‌ها از تعدادی میدان و خیابان‌های یک‌طرفه به شکل روبه‌رو تشکیل شده است. جهت هریک از خیابان‌های این شهر مطابق جهت مشخص شده بر روی شکل است. برای طی کردن هر کدام از این خیابان‌ها، یک لیتر بنزین لازم است. سپهر می‌خواهد با ماشین شخصی خود که ۹ لیتر بنزین دارد در خیابان‌های این شهر با شروع از A به گردش بپردازد. وی به چند طریق می‌تواند این کار را انجام دهد؟ (در طول مسیر ممکن است از شهر و یا خیابان تکراری گذر کند.)

🔊 : اختلاف رقم دهگان و یکان جواب کمتر و یا مساوی ۱ است.

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۱۴. ضریب x^{60} در چند جمله‌ای زیر چند است؟

$$(x-1)(x^2-1)(x^3-1)\dots(x^{15}-1)$$

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۱۶. ۱۲ لامپ و ۱۲ کلید با شماره ۱ تا ۱۲ داریم. با زدن کلید شماره k ، همه لامپ‌هایی که شماره آن‌ها کمتر یا مساوی k است، تغییر وضعیت می‌دهند. در ابتدا تمامی لامپ‌ها خاموش هستند. به چند طریق می‌توان زیر مجموعه‌ای ۷ عضوی از کلیدها را انتخاب کرد، به طوری که با زدن آن‌ها دقیقا ۷ لامپ روشن شود؟

🔊 : جواب دو رقم یکسان دارد.

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۱۷. تعداد زیرمجموعه‌های چهار عضوی از مجموعه اعداد حقیقی را بیابید که هرطور آن‌ها را به دو دسته دو عضوی افراز کنیم، حاصل ضرب اعضای یک دسته با حاصل جمع اعضای دسته دیگر برابر باشد.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۲۴ (۵) بی‌نهایت

پی مثبت
دانش‌سرای مجازی المپیاد
pimosbat.ir

۲۰. امید بر روی راس‌های یک ۱۳۹۸ ضلعی منتظم اعداد ۱، ۰ و ۱- را نوشته است (ممکن است از برخی از این اعداد استفاده نشود). به طوری که عدد هر کدام از راس‌ها میانگین عدد دو راس مجاور، یا مجموع عدد دو راس مجاور آن است (ممکن است برخی از راس‌ها میانگین، و برخی دیگر مجموع دو راس مجاور آن باشند). مجموع اعداد همه راس‌های این ۱۳۹۸ ضلعی چند حالت مختلف، می‌تواند داشته باشد؟

۲۷۹۷ (۵)

۲۷۹۵ (۴)

۱۳۹۹ (۳)

۱۳۹۷ (۲)

۱۳۹۵ (۱)

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۲۱. تعداد اعداد طبیعی سه رقمی را بیابید که دو رقم سمت راست مربعشان با دو رقم سمت راست خودشان نظیر به نظیر برابر باشد. (مانند ۲۲۵ که دو رقم سمت راستش با دو رقم سمت راست $۵۰۶۲۵ = ۲۲۵^۲$ برابر است.)

پی مثبت
دانش‌سرای مجازی المپیاد
pimosbat.ir

۲۴. در هر یک از خانه‌های یک جدول 4×3 یک نفر نشسته است. هر کدام از این افراد یا راستگو است و همیشه راست می‌گوید و یا دروغگو است که همیشه دروغ می‌گوید. در یک لحظه هر کدام از این ۱۲ نفر گفتند: « تعداد افراد راستگو در سطر من با تعداد افراد راستگو در ستون من برابر است. » حداکثر چند نفر از این افراد می‌توانند دروغگو باشند؟

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir