

۲. ۱۳۹۷ عدد حقیقی داریم که تشکیل یک تصاعد حسابی می‌دهند. اگر تعداد اعداد گویا بین این ۱۳۹۷ عدد را  $n$  بنامیم، تعداد مقادیر ممکن برای  $n$  چند حالت مختلف دارد؟

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

[pimosbat.ir](http://pimosbat.ir)

۳. مجموع ارقام عدد  $\overbrace{99\dots9}^{97} \times \overbrace{66\dots6}^{97}$  چند است؟ (🔔 رقم دهگان جواب برابر با ۷ است.)

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

[pimosbat.ir](http://pimosbat.ir)

۴. می‌خواهیم یک جدول  $3 \times 3$  را به کمک دو نوع کاشی زیر، کاشی‌کاری کنیم. به طوری که یک مسیر سیاه از یک ضلع جدول به ضلع مقابل آن پدید نیاید. چند حالت کاشی‌کاری مطلوب داریم؟



کاشی شماره ۲



کاشی شماره ۱



کاشی‌کاری مطلوب

۵۱۲ (۵)



کاشی‌کاری نامطلوب

۱۷۴ (۲)

۳۴۳ (۴)

۱۶۹ (۳)

۳۳۸ (۱)

۵. چند عدد طبیعی دورقمی داریم که رقم صفر نداشته باشد و بر هر دو رقم خود بخش پذیر باشد؟

پی مثبت  
دانش سرای مجازی المپیاد  
[pimosbat.ir](http://pimosbat.ir)

۷. در چند جایگشت  $a_1, a_2, \dots, a_{13}$  از اعداد ۱ تا ۱۳، شرایط زیر برقرار است؟ (جواب مربع کامل است.)

$$a_1, a_2 < a_3$$

$$a_4, a_5 < a_6$$

$$a_7 < a_8, a_9$$

$$a_8 < a_{10}, a_{11}$$

$$a_9 < a_{12}, a_{13}$$

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

[pimosbat.ir](http://pimosbat.ir)

۱۰.  $n$  عدد طبیعی داریم که اختلاف هر دو تایی از آن‌ها یک عدد اول است. حداکثر مقدار  $n$  چند می‌تواند باشد؟

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

[pimosbat.ir](http://pimosbat.ir)

۱۲. از مجموعه  $\{1, 2, \dots, 765\}$  حداکثر چند عدد می‌توان انتخاب کرد به طوری که هیچ کدام مربع کامل نبوده و جمع هیچ دوتایی از آن‌ها برابر ۷۶۵ نباشد؟ (📢 حاصل جمع ارقام جواب، ۱۲ است.)

پی مثبت  
دانش‌سرای مجازی المپیاد  
[pimosbat.ir](http://pimosbat.ir)



۱۶. در یک عملیات امنیتی، ۵ نفر دستگیر شده‌اند. تعدادی از آن‌ها مجرم و تعدادی بی‌گناه‌اند. می‌دانیم افراد مجرم همواره دروغ گفته و افراد بی‌گناه همواره راست می‌گویند. اگر این ۵ نفر جملات زیر را گفته باشند دقیقاً چند مجرم داریم؟

- نفر اول: حداقل دو نفر از ما بی‌گناه است.
- نفر دوم: حداقل دو نفر از ما مجرم است.
- نفر سوم: همه بی‌گناه هستند.
- نفر چهارم: دقیقاً یک نفر از ما مجرم است.
- نفر پنجم: دقیقاً یک نفر از ما بی‌گناه است.

۵ (۵)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پیموسبات  
دانش‌سرای مجازی المپیاد

[pimosbat.ir](http://pimosbat.ir)



۱۹. چند دنباله از اعداد طبیعی مانند  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  وجود دارد به طوری که دارای هر دو ویژگی زیر باشد؟

- $a_{n+1} = \frac{a_n^2}{a_{n-1}} \quad (n \geq 2)$
- $a_2 = 54000$

پی مثبت  
دانش‌سرای مجازی المپیاد  
[pimosbat.ir](http://pimosbat.ir)

۲۰. در کلاس ترکیبیات، آوا همه زیرمجموعه‌های ناتهی مجموعه  $\{1, 2, \dots, 1397\}$  را بر روی تخته نوشت. وی در ادامه به جای هر زیرمجموعه میانگین اعضای آن را قرار می‌دهد. میانگین اعداد نوشته شده بر روی تخته چند است؟

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

[pimosbat.ir](http://pimosbat.ir)

۲۳. دانشکده علوم ریاضی دانشگاه شکرستان تعدادی استاد دارد که به ترتیب حروف الفبا به آن‌ها شماره-های ۱، ۲، ۳ و ... داده شده است. رئیس دانشکده از اساتید خواسته که برای خود کدی شامل چهار عدد اول درست کنند. استاد شماره  $n$  باید اعداد  $n + 1$ ،  $n + 2$ ،  $n + 3$  و  $n + 4$  را در نظر گرفته و سپس به جای هریک از این چهار عدد، یکی از عوامل اول آن را به دلخواه بنویسد. برای مثال اگر شماره استادی ۵۳ باشد، باید اعداد ۵۴، ۵۵، ۵۶ و ۵۷ را در نظر گرفته و می‌تواند این کد را انتخاب کند: ۳، ۵، ۷ و ۳ (او انتخاب‌های دیگری نیز دارد). می‌دانیم که اساتید به هر شکلی که کد خود را انتخاب کنند، کد هیچ دو استادی برابر نخواهد شد. این دانشکده حداکثر چند استاد دارد؟

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

[pimosbat.ir](http://pimosbat.ir)