

۱. به چند طریق می‌توان اعداد ۱، ۲، ... و ۶ را در یک ردیف نوشت به طوری که از بین هر دو عدد مجاور یکی بر دیگری بخش پذیر باشد؟

۱۰ (۵)

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir



۳. جناب خان می‌خواهد برای گاوصندوق خود رمز انتخاب کند و هر هفته رمز آن را تغییر دهد! رمز گاوصندوق یک عدد سه‌رقمی است و جناب خان مایل است ارقام رمز متمایز باشند و به‌علاوه ارقام رمز جدید، از ارقام متناظر در رمز قبلی کمتر نباشد. مثلاً اگر یک بار ۲۵۹ را انتخاب کرد رمز بعدی نباید ۱۵۹ باشد. اگر اولین رمز گاوصندوق ۱۴۰ باشد، او حداکثر بعد از چند هفته دیگر نمی‌تواند به این شکل رمز گاوصندوقش را تغییر دهد؟ (توجه کنید که هفته اول، رمز همان ۱۴۰ خواهد بود.)

۲۸ (۱)	۲۴ (۲)	۲۰ (۳)	۱۹ (۴)	۱۶ (۵)
--------	--------	--------	--------	--------

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۶. با استفاده از همهٔ ارقام ۱ تا ۹، سه عدد سه رقمی با ارقام متمایز ساخته‌ایم و بزرگ‌ترین آن‌ها را A نامیده‌ایم. کم‌ترین مقدار ممکن برای A چند است؟

۳۱۲ (۵)

۳۹۸ (۴)

۹۱۲ (۳)

۱۹۸ (۲)

۳۴۵ (۱)

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۹. چند سه‌تایی مرتب (x, y, z) وجود دارد که x, y, z ارقام ناصفر و متمایزی باشند و $x \times y$ بر z بخش‌پذیر باشد؟

۱۵۶ (۵)

۱۵۲ (۴)

۱۴۸ (۳)

۱۴۴ (۲)

۱۴۰ (۱)

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۱۳. می‌خواهیم با چیدن ۱۲ آجر مکعبی به ضلع واحد، بر روی میز، مکعب مستطیلی به طول ۳، عرض ۲ و ارتفاع ۲ واحد، بسازیم. طبیعتاً یک مکعب بالایی را نمی‌توان قبل از مکعب زیری، سر جایش گذاشت. به چند روش متفاوت می‌توان این مکعب مستطیل را ساخت؟ (توجه داشته باشید که مکعب‌ها از نظر ما تفاوتی ندارند و مسأله ترتیب پر کردن ۱۲ محل مکعب مستطیل است.)

۳۶ (۱) ۱۴۴ (۲) ۳۲۴ (۳) ۹۲۴ (۴) ۷۴۸۴۴۰۰ (۵)

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۱۵. ۱۰۰۰ عدد سیب داریم که ۹۰۰ عدد آن‌ها سالم و مابقی لکه‌دار هستند. آن‌ها را در تعدادی جعبه پخش می‌کنیم به طوری که تعداد سیب‌ها در هر جعبه با جعبه دیگر برابر باشد. در حداقل و حداکثر چند درصد جعبه‌ها اکثریت سیب‌ها سالم است؟

- (۱) ۹۰ و ۵۰ (۲) ۱۰۰ و ۵۰ (۳) ۹۰ و ۸۰ (۴) ۱۰۰ و ۸۰ (۵) ۱۰۰ و ۹۰

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir



۱۸. در شهر ساده‌لوحان شایعه‌ها به سرعت پخش می‌شود؛ اگر آقای خالی‌بند، بخواهد شایعه‌ای را پخش کند ابتدا آن شایعه را به یک نفر دیگر منتقل می‌کند. در ادامه هر روز آقای خالی‌بند و هر کسی که شایعه را در یکی از روزهای گذشته شنیده آن را به فرد جدیدی منتقل می‌کند. پس از آن که تعداد افرادی که شایعه را شنیده‌اند از

مرز یک میلیون نفر گذشت، چند نفر شایعه را مستقیماً یا با یک واسطه از آقای خالی‌بند شنیده‌اند؟

۵) ۵۲۴۲۸۸

۴) ۵۰۰۰۰۰

۳) ۱۰۲۴

۲) ۲۱۰

۱) ۲۰

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir



۲۰. خیابان‌کشی محله‌ای به شکل روبه‌رو است: سه خیابان افقی و ده خیابان عمودی. پلیسی می‌خواهد به همه تقاطع‌ها سرکشی کند به طوری

که از تقاطع راست-بالا شروع کند، از هر تقاطع دقیقاً یک بار عبور کند و در انتها به تقاطع راست-بالا برگردد. این کار به چند روش مختلف ممکن است؟

(۵) $3^6 - 3^5$

(۴) 2^4

(۳) 2×3^4

(۲) 3^5

(۱) 2^5

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir



۲۱. خیابان‌های محله‌ای به نام پهران مانند شکل روبه‌رو شامل ۹ تقاطع و ۱۲ خیابان است. (مسیر بین هر دو تقاطع یک خیابان است.) هر شب در این محله ۹۰ خودرو پارک می‌شود که همگی داخل خیابان‌ها و نه در تقاطع‌ها قرار دارند. در هر تقاطع میانگین تعداد خودروهای موجود در خیابان‌های متصل به آن تقاطع را ظرفیت پارک آن تقاطع می‌نامیم. می‌دانیم که مجموع ظرفیت پارک ۹ تقاطع، برابر ۶۶ است. کدام یک از گزاره‌های زیر حتماً درست است؟

- (۱) ظرفیت پارک تقاطع مرکزی محله، بیش‌تر از تقاطع‌های دیگر است.
- (۲) در هر یک از خیابان‌هایی که در حاشیه محله واقع است، دست‌کم ۶ خودرو پارک شده است.
- (۳) در یکی از خیابان‌هایی که در حاشیه محله واقع است، دست‌کم ۸ خودرو پارک شده است.
- (۴) در یکی از خیابان‌های متصل به مرکز محله، دست‌کم ۹ خودرو پارک شده است.
- (۵) گزینه‌های ۱ و ۴.

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir



۲۲. در مسابقه قوی‌ترین مردان ایران ۱۰ خانه دور یک دایره قرار دارد که در هر خانه ۲۰۰ وزنه از همه وزنه‌های ۱، ۲، ... و ۲۰۰ کیلوگرمی وجود دارد. ابتدا مردی در خانه‌ای قرار دارد، با شروع مسابقه از آن خانه وزنه ۱ کیلوگرمی را برداشته و در جهت عقربه‌های ساعت حرکت کرده ۱ خانه به جلو می‌رود، وزنه را در آن جا قرار داده و از آن خانه وزنه ۲ کیلوگرمی را برداشته و ۲ خانه به عقب (پادساعت‌گرد) آمده و وزنه را در آن قرار می‌دهد، سپس از آن جا وزنه ۳ کیلوگرمی را برداشته ۳ خانه در جهت ساعت‌گرد می‌رود و همین روند ادامه می‌یابد. پس از آن که وزنه ۲۰۰ کیلوگرمی را جابه‌جا کرد در خانه‌ای که کار خود را از آن جا شروع کرده بود مجموعاً چند کیلوگرم وزنه وجود دارد؟

۲۰۰۸۰ (۵)

۲۰۱۰۰ (۴)

۲۰۱۸۰ (۳)

۲۰۲۰۰ (۲)

۲۰۲۸۰ (۱)

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۲۶. برای زیرمجموعه ناتهی A از نقاط صفحه و عدد حقیقی $r > 0$ ، مجموعه نقاطی که از دست کم یک نقطه A فاصله‌ای کم‌تر یا مساوی r دارند را با A_r نمایش می‌دهیم. چند تا از گزاره‌های زیر درست هستند؟ (در همه موارد r و s اعداد حقیقی مثبت و A و B زیرمجموعه‌هایی از صفحه هستند.)

• $(A_r)_s = (A_s)_r$.

• $A \subset B_r$ اگر و تنها اگر $B \subset A_r$.

• اگر برای هر $t > 0$ ، $A_t \subset B_t$ آن‌گاه $A \subset B$.

• $(A \cup B)_r = A_r \cup B_r$.

• اگر $A \cap B$ ناتهی باشد داریم $(A \cap B)_r = A_r \cap B_r$.

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار (۵) پنج

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir

۲۹. زیرمجموعه‌ای از $\{0, 1, 2, \dots, 99\}$ مثل A را «تقریباً جمعی» می‌گوییم، هرگاه بیش از یک عضو داشته باشد و به‌علاوه برای هر دو عضو متمایز a و b از A ، باقی‌مانده تقسیم $a + b + 1$ بر 100 نیز عضوی از A باشد. چند زیرمجموعه تقریباً جمعی وجود دارد؟

۲۰۰ (۵)

۱۵۵ (۴)

۱۴۸ (۳)

۹۹ (۲)

۴۹ (۱)

پی مثبت

دانش‌سرای مجازی المپیاد

pimosbat.ir